

الموافقات في $\mathbb{Z}$

Congruence

تمرين 1

- 1- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على 5.
- 2- ما هو باقي قسمة العدد 123^{456} على 5؟
- 3- برهن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، يكون العدد:
 $1 + 9^{2n+1} - 2 \times 8^{4n+3}$ مضاعفا للعدد 5.
- 4- عيّن قيم n بحيث يكون $3^{4n} + 3^n - 4 \equiv 0 [5]$.

$4k+1$	1
--------	---

تمرين 2

- 1- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 7^n على 9.
- 2- ليكن: $a = 925^{34}$ و $b = 88^{3n+2}$
 (أ) عيّن باقي قسمة العدد $(2a - 3b - 39)$ على 9.
 (ب) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $a - b + 3n \equiv 0 [9]$.
- 3- بيّن أنّه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $7^{2n} + 7^n + 7 \equiv 0 [9]$.

$3k+2$	8
--------	---

تمرين 3

- 1- عيّن تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 9^n على 11.
- 2- عيّن قيم الأعداد الطبيعية n بحيث يكون:
 (أ) $1 + 9^1 + 9^2 + \dots + 9^n \equiv 0 [11]$
 (ب) $9^{5n+2} + n^2 - 16 \equiv 0 [11]$
- 4- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد α على 11 حيث: $\alpha = 2 \times 10^n + 10^{2019} - 10$.

9 أو 2	$11k+10$; $11k+1$	$5k+4$
--------	--------------------	--------

تمرين 4

- 1- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 5^n على 9.
- 2- بيّن أنّه لما $n \in \mathbb{N}^*$: $24^{2n} + 25^{3n} + 26 \equiv 0 [9]$.
- 3- عيّن قيم n بحيث يكون: $-8^{2n+1} + n^2 - 3n \equiv 5 [9]$.
- 4- عيّن الأعداد الصحيحة λ التي تحقّق ما يلي:

$$\begin{cases} 5^{6n+2} + 4\lambda \equiv 0 [9] \\ -13 < \lambda \leq 30 \end{cases}$$

$\lambda = \{-4, 5, 14, 23\}$	$9k+8$; $9k+4$
-------------------------------	-----------------

تمرين 5

- 1- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعددين 4^n و 5^n على 7.
- 2- بيّن أنّه لما $n \in \mathbb{N}^*$ فإنّ: $39^{6n+2} + 40^{6n-5} \equiv 0 [7]$.
- 3- عيّن قيم n بحيث باقي قسمة كل من 4^n و 5^n على 7 هو 1.
- 4- حل في مجموعة الأعداد الطبيعية ما يلي:
 $2020^n + 2021^n + 2022^n + 2023^n + 2024^n \equiv 1 [7]$
- 5- حل في المجموعة $\mathbb{N}^2$: $4^x + 5^y + 3 \equiv 0 [7]$

$(3k ; 6k'+5)$; $(3k+2 ; 6k'+4)$	$6k+4$; $6k+2$	$6k$
-----------------------------------	-----------------	------

تمرين 6

- 1- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9 ثم على 5.
- 2- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون باقي قسمة العدد 4^n على 9 وعلى 5 هو 4.
- 3- بيّن أنّه لما $n \in \mathbb{N}$ فإنّ: $4^n - 3n - 1 \equiv 0 [9]$.
- 4- عيّن قيم n بحيث يتحقق: $4^n - 3n - 1 \equiv 0 [45]$.
- 5- عيّن قيم n بحيث يتحقق: $\begin{cases} 4^n - 3n - 1 \equiv 0 [45] \\ (n-1)4^n \equiv 0 [7] \end{cases}$

$70k+50$; $70k+1$	$10k+1$; $10k$	$6k+1$
--------------------	-----------------	--------

تمرين 7 (التعداد)

- 1- نعتبر العددين الطبيعيين: $a = 413^{(5)}$ و $b = 102^{(3)}$
 (أ) اكتب كل من a و b في النظام العشري.
 (ب) احسب في النظام ذي الأساس 7 العددين $a+b$ و $a \times b$.
- 2- عيّن العدد x في الحالتين التاليتين:
 (أ) $\overline{12^{(x)}} \times \overline{34^{(x)}} = \overline{452^{(x)}}$ (ب) $\overline{xxx^{(9)}} = \overline{52\alpha^{(11)}}$
- 3- نعتبر العدد الطبيعي n حيث: $n = \overline{1xx0^{(9)}}$.
- عيّن قيم العدد الطبيعي x حتى يكون n قابلا للقسمة على 7.

8 ; 1	7	6	$\overline{3315^{(7)}}$	$\overline{230^{(7)}}$	11	108
-------	---	---	-------------------------	------------------------	----	-----